

صيغ نموذج البرمج الخطية

كما ذكر سابقاً فإن نموذج البرمجة الخطية يمكن صياغته بعدة أشكال (صيغ) وسوف يتم التطرق الى صيغتين وكما يلي:

الصيغة القانونية

تتميز هذه الصيغة بما يلي:

- 1- يجب أن تكون دالة الهدف من نوع Max .
- 2- يجب أن تكون جميع القيود من نوع أقل أو يساوي \leq .

ولكتابة نموذج البرمجة الخطية بالصيغة القانونية يجب إجراء التغييرات التالية:

أ- تحول دالة الهدف من Min إلى Max بضرب الدالة بـ (-1)

Example $(Min Z = 4x_1 + 2x_2) \times (-1)$

$$Max Z = -4x_1 - 2x_2$$

ب- تحول القيود الى النوع أقل أو يساوي (\leq) بضربها بـ (-1)

Example $(x_1 + 3x_2 \geq 6) \times (-1)$

$$-x_1 - 3x_2 \leq -6$$

مثال 1 استخدم الطريقة القانونية لإعادة كتابة نموذج البرمجة الخطية الآتي:

$$\text{Min } Z = 3x_1 - 4x_2 - x_3$$

S.to

$$x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 7$$

$$-5x_1 + 9x_2 \geq -2$$

$$x_j \geq 0$$

الحل

لتحقيق شروط الصيغة القانونية، فإننا نحتاج إلى تحويل دالة الهدف إلى Max والقيود الثانية إلى أصغر أو يساوي. لذلك نقوم بالضرب بـ (-1).

$$\text{Max } Z = -3x_1 + 4x_2 + x_3$$

S.to

$$x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 7$$

$$5x_1 - 9x_2 \leq 2$$

$$x_j \geq 0$$

الصيغة القياسية

تتميز هذه الصيغة بما يلي:

- 1- من الممكن أن تكون دالة الهدف من نوع Max أو Min.
- 2- يجب أن تكون جميع القيود من نوع مساواة (=). ولتحقيق هذا الشرط نقوم بإضافة متغير وهمي (S_i) في حالة القيود من النوع أقل أو يساوي (\leq). أما في حالة القيود من النوع أكبر أو يساوي (\geq) فيتم طرح متغير وهمي.

مثال 2

إستخدم الطريقة القياسية لإعادة كتابة نموذج البرمجة الخطية الآتي:

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 7x_2$$

S.to

$$9x_1 + 3x_2 \leq 10$$

$$4x_1 + x_2 \geq 13$$

$$x_1 + x_2 = 26$$

$$x_j \geq 0$$

الحل

لتحقيق شروط الصيغة القياسية، فإننا نحتاج الى تحول جميع القيود إلى حالة المساواة بإضافة أو طرح متغيرات وهمية وكما يلي:

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 7x_2$$

S.to

$$9x_1 + 3x_2 + S_1 = 10$$

$$4x_1 + x_2 - S_2 = 13$$

$$x_1 + x_2 = 26$$

$$x_j \geq 0$$

أمثلة أخرى للتدريب

أعد صياغة نموذج البرمجة الخطية بإستخدام الصيغة القياسية والقانونية:

النموذج الأول

$$\text{Min } Z = 20 x_1 + 39 x_2 + 17 x_3$$

S.to

$$2 x_1 - 4 x_3 \geq 19$$

$$5 x_1 + 9 x_2 \leq 24$$

$$-3 x_1 - 6 x_2 + 8 x_3 \geq 30$$

$$x_j \geq 0$$

النموذج الثاني

$$\text{Max } Z = 97 x_1 + 62 x_2 + 83 x_3$$

S.to

$$12 x_1 - 26 x_3 + 2 x_3 \leq 7$$

$$3 x_1 + 11 x_2 - 6 x_3 \geq 24$$

$$-13 x_2 + 9 x_3 \geq 30$$

$$x_j \geq 0$$