مثال3

تنتج شركة ثلاثة أنواع من السلع (C,B,A) ويحتاج كل نوع من السلع إلى نوعين من المواد الأولية والجدول التالي يبين ماتحتاجه كل سلعة من هذه المواد (بالكغم) علما أن هامش الربح المتحقق عن بيع السلع C,B,A بالدينار على التوالي هو 1000 و 1500 و 2000.

سلعة / مادة أولية	A	B	C	الكمية المتوفرة من كل مادة (كغم)
المادة I	2	4	3	750
المادة II	1	3	2	600

المطلوب: صياغة نموذج البرمجة الخطية لهذه المشكلة لتعظيم هامش الربح.

الحل

1- تعريف المتغيرات

نفترض أن عدد الوحدات المنتجة من السلعة A = x_1

نفترض أن عدد الوحدات المنتجة من السلعة B = x_2

نفترض أن عدد الوحدات المنتجة من السلعة C = x_3

2- دالة الهدف

إن هدف المشكلة هو تعظيم الأرباح لذا ستكون دالة الهدف من نوع التعظيم Max وتصاغ كالاتي:

$$Max\ Z = 1000\ x_1 + 1500\ x_2 + 2000\ x_3$$

ملاحظة

- تعظيم أرباح تعني الدالة max
- نبحث عن ربح كل سلعة ونضعها في دالة الهدف 1000, 1500 & 2000

3- القيود

اما قيود المشكلة وحسب مامتوافر من الموارد الأولية فتكون بالشكل:

$$2\,x_1 + 4\,x_2 + 3\,x_3 \leq 750$$

$$x_1 + 3\,x_2 + 2\,x_3 \leq 600$$

ملاحظة

أقل أو يساوي (≤) لانه ذكر في الجدول الكمية المتوفرة لذلك لا يمكن التجاوز على هذه الكميات ووضع أكبر أو يساوي.

4- قيد عدم السالبية

وهو القيد الأخيرويسمى بقيد إشارة المتغيرات التي نلاحظ أنها تكون غير سالبة ويكتب هذا القيد كما يلي:

$$x_1, x_2,\ x_3 \geq 0$$

وبذلك يكون نموذج البرمجة الخطية كما يلي:

$$Max\ Z = 1000\,x_1 + 1500\,x_2 + 2000\,x_3$$

S.to

$$2\,x_1 + 4\,x_2 + 3\,x_3 \leq 750$$

$$x_1 + 3\,x_2 + 2\,x_3 \leq 600$$

$$x_1, x_2,\ x_3 \geq 0$$

مثال4

تقوم إحدى مصانع النجارة بإنتاج كراسي ومناضد وعملية الإنتاج هذه تمر بثلاثة أقسام. الجدول أدناه يوضح ماتحتاجه كل وحدة من الكراسي والمناضد من ساعات العمل في كل قسم وكذلك يضم كلفة إنتاج الوحدة الواحدة:

منتج / قسم	كرسي	منضدة	وقت الإنتاج (دقايق) على أقل تقدير
القسم الاول	4	1.5	12
القسم الثاني	5	3	25
القسم الثالث	3.2	6	14
كلفة إنتاج الوحدة الواحدة (دولار)	15	9	

المطلوب: صياغة نموذج البرمجة الخطية لهذه المشكلة لتقليل التكاليف.

الحل

1- تعريف المتغيرات

نفترض أن عدد الوحدات المنتجة من الكراسي $= x_1$

نفترض أن عدد الوحدات المنتجة من المناضد $= x_2$

2- دالة الهدف

إن هدف المشكلة هو تقليل التكاليف لذا ستكون دالة الهدف من نوع التصغير Min وتصاغ كالاتي:

$$Min\ Z = 15\ x_1 + 9\ x_2$$

ملاحظة

- تقليل تكاليف تعني الدالة min
- نبحث عن كلفة كل سلعة ونضعها في دالة الهدف 9 & 15

3- القيود

إما قيود المشكلة وحسب مامتوافر من الموارد الأولية فتكون بالشكل:

$$4\ x_1 + 1.5\ x_2 \geq 12$$

$$5x_1 + 3\ x_2 \geq 25$$

$$3.2x_1 + 6\ x_2 \geq 14$$

ملاحظة

أكبر أو يساوي (≥) لانه ذكر في الجدول أقل وقت للإنتاج.

وهو القيد الأخيرويسمى بقيد إشارة المتغيرات التي نلاحظ أنها تكون غير سالبة ويكتب هذا القيد كما يلي:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

وبذلك يكون نموذج البرمجة الخطية كما يلي:

$Min\ Z = 15\ x_1 + 9\ x_2$

S.to

$4\ x_1 + 1.5\ x_2 \geq 12$

$5x_1 + 3\ x_2 \geq 25$

$3.2x_1 + 6\ x_2 \geq 14$

$x_1, x_2 \geq 0$

ومما يجدر الإشارة إليه بأنه يمكن صياغة نموذج البرمجة الخطية بعدة طرق وكما سيتم التطرق له في أدناه.