# الفصل الثالث

## Transportation Problem مشكلة النقل

### (3-1) المقدمة

تعتبر مشكلة النقل أحد الاساليب الرياضية المهمة التي تساعد في اتخاذ القرار المناسب لنقل كمية من مادة ما من المصادر (مراكز الانتاج، المخازن، ....) الى الغايات (مراكز الطلب، مراكز الاستهلاك، الاسواق، ....) لسد حاجاتها من هذه المادة وبأقل كلفة.

ويمكن بيان مشكلة النقل بكل بساطة من خلال طرح المثال الآتي :-

لنفرض لدينا عدد من المصادر (المخازن) في مواقع مختلفة وكل منها يحتوي على كمية معينة من مادة ما وبالمقابل يوجد عدد من الغايات (الاسواق) في مواقع مختلفة أيضاً وكل منها يحتاج الى كمية معينة من هذه المادة الموجودة في المصادر وان كلفة نقل الوحدة الواحدة من هذه المادة من أي مصدر الى أي غاية معلوم لدينا مسبقاً.

السؤال هنا هو :

كيف يتم نقل هذه المادة الى الغايات وبالكميات التي تحتاجها ولكن بأقل كلفة ؟

الاجابة عن هذا التساؤل سيكون باتباع أحد طرق حل مشاكل النقل وكما سيأتي لاحقاً.

في هذا الفصل سنتعرف على نموذج النقل ومكوناته وكيف يتم تمثيله بجدول معين وكذلك التعرف على شرط مهم يمكننا من حل مشاكل النقل وهو (شرط التوازن) ومن ثم يتم التطرق الى ثلاثة من طرق الحل وهي (الركن الشمالي الغربي، أقل كلفة، فوجل)

## (3-2) نموذج النقل

يفترض نموذج النقل ما يأتي :-

1. وجود (m) من المصادر و (n) من الغايات
2. في كل مصدر يوجد $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ من الكميات المعروضة من مادة معينة .
3. في كل غاية يوجد $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$ من الكميات المطلوبة من تلك المادة .
4. كلفة نقل الوحدة الواحدة من هذه المادة من المصدر (i) الى الغاية (j) يرمز لها بالرمز $(C_{ij})$ .
5. الكمية المنقولة من المصدر (i) الى الغاية (j) يرمز لها بالرمز $(X_{ij})$.

حيث :

$$i = 1, 2, \ldots, m$$

$$j = 1, 2, \ldots, n$$

وبهذا يمكن تمثيل نموذج النقل كما في الجدول أدناه

| المصادر Sources \ الغايات Destinations | $D_1$ | $D_2$ | ... | $D_n$ | الكميات المعروضة Supply |
|---|---|---|---|---|---|
| $S_1$ | $c_{11}$ $X_{11}$ | $c_{12}$ $X_{12}$ | ... | $c_{1n}$ $X_{1n}$ | $a_1$ |
| $S_2$ | $c_{21}$ $X_{21}$ | $c_{22}$ $X_{22}$ | ... | $c_{2n}$ $X_{2n}$ | $a_2$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| $S_m$ | $c_{m1}$ $X_{m1}$ | $c_{m2}$ $X_{m2}$ | ... | $c_{mn}$ $X_{mn}$ | $a_m$ |
| Demand الكميات المطلوبة | $b_1$ | $b_2$ | ... | $b_n$ | |

حيث ان (على سبيل المثال)

$c_{12}$ : كلفة نقل الوحدة الواحدة من المادة من المصدر الاول الى الغاية الثانية .

$X_{21}$ : الكمية (عدد الوحدات) المنقولة من المصدر الثاني الى الغاية الاولى .

$a_1$ : الكمية (عدد الوحدات) الموجودة (المعروضة) في المصدر الاول .

$b_2$ : 〃 المطلوبة في الغاية الثانية

## (3-3) شرط التوازن

ان الشرط الاساسي لحل نماذج النقل هو شرط التوازن الذي يعني أن مجموع الكميات المعروضة يساوي مجموع الكميات المطلوبة ($\sum a_i = \sum b_j$) ، ولكن في الحياة العملية نجد ان هذا الشرط غير متحقق لذلك يسمى النموذج في هذه الحالة بالنموذج غير المتوازن . لذا يجب تحويله الى نموذج متوازن وكما يأتي :-

أ- اذا كانت الكميات المطلوبة اكبر من الكميات المعروضة ($\sum b_j > \sum a_i$) نضيف مصدر (صف وهمي) تكون كلف النقل داخل خلاياه تساوي (صفر) والعرض عنده يساوي ($\sum b_j - \sum a_i$) . وكما في المثال أدناه :

| Des. / Sour. | 1 | 2 | 3 | Supp. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 11 | 10 | 60 |
| 2 | 7 | 8 | 4 | 50 |
| 3 | 6 | 7 | 3 | 10 |
| Dem. | 70 | 60 | 20 | |

نرى ان

$$\sum b_j = 70 + 60 + 20 = 150$$

$$\sum a_i = 60 + 50 + 10 = 120$$

اي ان $\sum b_j > \sum a_i$

هذا يعني ان النموذج غير متوازن لذلك يجب تحويله الى نموذج متوازن باضافة (صف وهمي) تكون كلف النقل داخل خلاياه تساوي (صفر) والكمية المعروضة تساوي [$\sum b_j - \sum a_i = 150 - 120 = 30$]

| Des. / Sour. | 1 | 2 | 3 | Supp. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 11 | 10 | 60 |
| 2 | 7 | 8 | 4 | 50 |
| 3 | 6 | 7 | 3 | 10 |
| 4 | 0 | 6 | 0 | 30 |
| Dem. | 70 | 60 | 20 | |

$$\sum b_j = \sum a_i = 150$$

∴ النموذج متوازن

ب- اذا كانت الكميات المعروضة أكبر من الكميات المطلوبة ($\sum a_i > \sum b_j$) نضيف غاية (عمود وهمي) كلف النقل داخل خلاياه تساوي (صفر) والطلب عنده يساوي ($\sum a_i - \sum b_j$).

وكما في المثال أدناه:

| Dest. / Sour. | 1 | 2 | 3 | Supp. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 3 | 3 | 50 |
| 2 | 6 | 8 | 7 | 60 |
| 3 | 2 | 4 | 5 | 10 |
| Dem. | 20 | 10 | 5 | |

$$\sum b_j = 20 + 10 + 5 = 35 \quad , \quad \sum a_i = 50 + 60 + 10 = 120$$

$$\therefore \sum a_i > \sum b_j$$

هذا يعني ان النموذج غير متوازن لذلك نقوم باضافة غاية (عمود وهمي) كلف النقل داخله خلاياه تساوي (صفر) والكمية المطلوبة تساوي

$$\left( \sum a_i - \sum b_j = 120 - 35 = 85 \right)$$

| Des. / Sour. | 1 | 2 | 3 | 4 | Supp. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 3 | 3 | 0 | 50 |
| 2 | 6 | 8 | 7 | 0 | 60 |
| 3 | 2 | 4 | 5 | 0 | 10 |
| Dem. | 20 | 10 | 5 | 85 | |

$$\sum b_j = \sum a_i = 120$$

$\therefore$ النموذج متوازن.

## (3-4) طرق حل مشاكل النقل

لغرض ايجاد الحل الاساسي المقبول لمشكلة النقل يتم اتباع أحد الطرق الآتية:-

1- طريقة الركن الشمالي الغربي
2- طريقة أقل كلفة
3- طريقة فوجل

### The North-West Corner Method (3-4-1) طريقة الركن الشمالي الغربي

هي من أسهل وأبسط الطرق وتبدأ بالحل من الزاوية الشمالية الغربية في الجدول ولذلك سميت بهذا الاسم.

وخطوات الحل تكون كالآتي:-

① نبدأ بالخلية الواقعة شمال غرب الجدول ونقارن الكمية المطلوبة مع الكمية المعروضة أي نقارن ($a_1$ مع $b_1$) فتظهر لنا ثلاثة حالات هي:-

a- اذا كانت ($b_1<a_1$) نضع ($x_{11}=b_1$) ونطرح ($b_1$ من $a_1$) ثم ننتقل أفقيا الى خلية $x_{12}$.
b- " ($b_1>a_1$) " ($x_{11}=a_1$) " ($a_1$ من $b_1$) " عموديا " $x_{21}$.
c- " ($b_1=a_1$) " ($x_{11}=a_1$ or $x_{11}=b_1$) ثم ننتقل قطريا الى $x_{22}$.

② نستمر بالعمل كما في الخطوة ① اعلاه حيث في كل مرة يتحقق أحد قيود النموذج بشكل متعاقب مبتعدين عن الزاوية الشمالية الغربية حتى نصل الى خلية جنوب شرق الجدول وبهذا تكون جميع قيود النموذج قد تحققت.

وبعدها يتم استخراج الكلفة الكلية لعملية النقل التي تمثل [مجموع حاصل ضرب "الكمية * الكلفة"]

ex
Solve the transportation Problem by Using the North-West Corner Method

| Sour. \ Dest. | 1 | 2 | 3 | Supp. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | [7] 18 | [3] 4 | [10] -- | ~~22~~ 4 |
| 2 | [4] | [6] 18 | [2] 6 | ~~24~~ 6 |
| 3 | [5] | [9] | [1] 14 | 14 |
| Dem. | 18 | ~~22~~ 18 | ~~20~~ 14 | |

⇒

| S. \ D. | 1 | 2 | 3 | S. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | [7] 18 | [3] 4 | [10] | 22 |
| 2 | [4] | [6] 18 | [2] 6 | 24 |
| 3 | [5] | [9] | [1] 14 | 14 |
| Dem. | 18 | 22 | 20 | |

$\sum b_j = \sum a_i = 60$

والكلفة الكلية هي:-

$$Z = 7(18) + 3(4) + 6(18) + 2(6) + 1(14) = 272$$

ex

Solve by Using the North-West Corner Method

| S. \ D. | 1 | 2 | 3 | S. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 11 | 10 | 70 |
| 2 | 7 | 8 | 4 | 60 |
| 3 | 6 | 7 | 3 | 20 |
| S. | 60 | 50 | 10 | |

$\sum b_j = 120 \quad , \sum a_i = 150$

$\sum a_i - \sum b_j = 150 - 120 = 30$

| S. \ D. | 1 | 2 | 3 | 4 | S. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\boxed{6}$ 60 | $\boxed{11}$ 10 | $\boxed{10}$ — | $\boxed{0}$ — | ~~70~~ 10 |
| 2 | $\boxed{7}$ | $\boxed{8}$ 40 | $\boxed{4}$ 10 | $\boxed{0}$ 10 | ~~60~~ ~~20~~ 10 |
| 3 | $\boxed{6}$ | $\boxed{7}$ | $\boxed{3}$ | $\boxed{0}$ 20 | 20 |
| S. | 60 | ~~50~~ 40 | 10 | ~~30~~ 20 | |

⇓

| S. \ D. | 1 | 2 | 3 | 4 | S. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\boxed{6}$ 60 | $\boxed{11}$ 10 | $\boxed{10}$ | $\boxed{0}$ | 70 |
| 2 | $\boxed{7}$ | $\boxed{8}$ 40 | $\boxed{4}$ 10 | $\boxed{0}$ 10 | 60 |
| 3 | $\boxed{6}$ | $\boxed{7}$ | $\boxed{3}$ | $\boxed{0}$ 20 | 20 |
| | 60 | 50 | 10 | | |

$Z = 6(60) + 11(10) + 8(40) + 4(10) + 0(10) + 0(20) = 830$