شركة الكترونية تقوم بتجميع نوعين من أجهزة الحاسوب الربح المتوقع للنوع الأول (50) دينار والنوع الثاني (40) دينار، الطاقة الإنتاجية المتاحة للتجميع (150) ساعة اسبوعياً ويحتاج النوع الأول إلى (3) ساعات والنوع الثاني إلى (5) ساعات للتجميع.

وكانت الطاقة الخزنية (300) قدم مربع، ويحتاج النوع الأول إلى (8) قدم مربع والثاني إلى (5) قدم مربع. كما إن إدارة الخزين أوضحت بإنها تملك للنوع الثاني من الحاسوب مكونات لتجميع (20) جهاز فقط.

المطلوب:

تحديد عدد الأجهزة الواجب تجميعها من كلا النوعين لتحقيق أعلى أرباح ممكنة.

الحل:

- نفرض أن X1 = عدد الوحدات من النوع الأول

X2 = عدد الوحدات من النوع الثاني

- النموذج الرياضي الذي يمثل المشكلة أعلاه كما يلي:

$$\text{Max } 50X_1 + 40X_2$$

s. t

$3X_1=X_2\leq 150 \rightarrow$ قيد الطاقة

$X_2\leq 20 \rightarrow$ قيد مكونات النوع الثاني

$8X_1 +5X_2\leq 300 \rightarrow$ قيد طاقة التخزين

1. نقوم بتكوين النموذج القياسي كما مبين أدناه:

$$Max\ 50X_1+40X_2+OS_1+OS_2+OS_3$$

s.t

$$3X_1+5X_2+S_1=150$$

$$X_2+S_2=20$$

$$8X_1+5X_2+S_3=300$$

$$X_1,X_2,S_1,S_2,S_3\geq 0$$

2. نكون جدول الحل الابتدائي باستخدام معطيات النموذج القياسي وكما موضح في الجدول (2-3).

جدول (2-3) الحل الابتدائي

الحل الاساس	Cj	العمود المحوري X_1 50	X_2 40	S_1 0	S_2 0	S_3 0	b_i	
S_1	0	3	5	1	0	0	150	$\frac{150}{3}=50$
S_2	0	0	1	0	1	0	20	$\frac{20}{0}=$
S_3	0	8	5	0	0	1	300	$\frac{300}{8}=37.5$
	Zj	0	0	0	0	0	0	الصف المحوري
	Cj-Zj	50	40	0	0	0		

ومن الجدول نلاحظ ما يلي:

- إن الحل الاساسي في الجدول يتمثل بوجود المتغيرات الخاملة في الحل أي أن قيمة دالة الهدف = 0 وإن $S_1=120$، $S_2=20$، $S_3=300$، وهذا يعني عدم استغلال الطاقات الإنتاجية المتاحة بالكامل.

- تم استخراج قيم Zj كالآتي:

$$Z_1 = 0(3) + 0(0) + 0(8) = 0$$

$$Z_2 = 0(5) + 0(1) + 0(5) = 0$$

$$Z_3 = 0(1) + 0(0) + 0(0) = 0$$

$$Z_4 = 0(0) + 0(0) + 0(1) = 0$$

$$Z_5 = 0(0) + 0(0) + 0(1) = 0$$

قيمة دالة الهدف $Z_6 = 0(150) + 0(20) + 0(300) = 0$

- تم استخراج قيم Cj-Zj بطرح معامل كل متغير في صف Cj من القيمة المناظرة لها في صف Zj، فمثلاً معامل $X_1 = 50$ والذي يمثل C_1 و $Z_1 0 =$، إذن:

وهكذا لبقي $$C_1 - Z_1 \Rightarrow 50 - 0 = 50$$

- قيمة دالة الهدف تتمثل بقيمة(0) التي تقع تحت عمود (bi) وفي نهاية صف Zj

3. من خلال تقييم قيم صف (Cj-Zj) نلاحظ وجود قيم موجبة وهذا يعني عدم تحقق الحل الأمثل لذلك نبحث عن حل أفضل من خلال تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج. نبحث عن أعلى قيمة موجبة في صف (Cj-Zj) لإنها تعطي أعلى مساهمة لدالة الهدف وفي المثال الحالي تتمثل بـ (50) والتي تقع تحت المتغير (X_1) وبالتالي فإن (X_1) هو المتغير الداخل وعموده هو العمود المحورين، اي إن العمود الأول هو العمود المحوري.نقوم بقسمة قيم عمود bi على قيم العمود المحوري وكما يلي:

$$50 = \frac{150}{3} \quad , \quad 37.5 = \frac{300}{8}$$

ونختار اقل حاصل قسمة موجبة وهي 37.5 وبذلك فإن (S_3) هو المتغير الخارج وإن الصف الثالث هو الصف المحوري وإن العنصر (a_{31}) ويساوي (8) هو العنصر المحوري والذي عنده يتقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري، وكما مؤشر في الجدول (2-3).

4. نقوم بتكوين جدول جديد وكما في الجدول (2-4) الذي بموجبه نحصل على الحل الأفضل، وذلك بعد إجراء الحسابات التالية:

1. تكوين صف العمل وذلك بقسمة الصف المحوري على العنصر المحوري

$$\frac{8}{8}=1 \ , \frac{5}{8} \ , \frac{0}{8}=0 \quad , \quad \frac{0}{8}=0 \quad , \quad \frac{1}{8} \quad , \quad \frac{300}{8}=\frac{75}{2}$$

2. تكوين الصف الأول للجدول الجديد بموجب العلاقة التالية:

(القيمة المقابلة لها في الصف المحوري) × (القيمة المقابلة لها في العمود المحوري)

القيمة الجديدة = القيمة الحالية – ———

abq

$$3-\frac{(8)(3)}{8}=0 \quad , \quad 5-\frac{(3)(5)}{8}=\frac{25}{8} \quad , \quad 1-\frac{(3)(0)}{8}=1 \quad ,$$

$$0-\frac{(3)(0)}{8}=0 \quad , \quad 0-\frac{(1)(3)}{8}=-\frac{3}{8} \quad , \quad 150-\frac{(300)(3)}{8}=\frac{75}{2}$$

3. تكوين الصف الثاني بنفس الطريقة ونحصل على:

20 0 1 0 1 0

جدول (2-4) الحصول على الحل الأفضل

الحل الاساس	Cj	X_1 50	X_2 40	S_1 0	S_2 0	S_3 0	b_i	
S_1	0	0	$\frac{25}{8}$	1	0	$-\frac{3}{8}$	$\frac{75}{2}$	$\frac{\frac{75}{2}}{\frac{25}{8}}=12$
S_2	0	0	1	0	1	0	20	$\frac{20}{1}=20$
X_1	50	1	$\frac{5}{8}$	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{75}{2}$	$\frac{\frac{75}{2}}{\frac{5}{8}}=60$
Zj		50	$\frac{250}{8}$	0	0	$\frac{50}{8}$	1875	
Cj-Zj		0	$\frac{70}{8}$	0	0	$-\frac{50}{8}$		

4. يتم إحتساب صف Zj وكما يلي:

$$Z_1 = 0(0) + 0(0) + 50(1) = 50$$
$$Z_2 = 0\left(\frac{25}{8}\right) + 0(1) + 50\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{250}{8}$$
$$Z_3 = 0(1) + 0(0) + 50(0) = 0$$
$$Z_4 = 0(0) + 0(1) + 50(0) = 0$$
$$Z_5 = 0\left(\frac{-3}{8}\right) + 0(0) + 50\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{50}{8}$$
$$Z_6 = 0\left(\frac{75}{2}\right) + 0(20) + 50\left(\frac{75}{2}\right) = 1875$$

قيمة دالة الهدف

5. **حساب صف** Cj-Zj **وكما يلي:**

$$C_1 - Z_1 = 50 - 50 = 0$$
$$C_2 - Z_2 = 40 - \frac{250}{8} = \frac{70}{8}$$
$$C_3 - Z_3 = 0 - 0 = 0$$
$$C_4 - Z_4 = 0 - 0 = 0$$
$$C_5 - Z_5 = 0 - \frac{50}{8} = \frac{-50}{8}$$

5. **يتم تقييم قيم صف (Cj-Zj) فنلاحظ وجود قيمة موجبة تحت المتغير (X2) وهذا يعني إن الحل الحالي لا يمثل الحل الأمثل لذلك نقوم بتكرار الخطوات الأربعة التي أجريناها على جدول الحل الابتدائي. حيث يتحدد (X2) كمتغير داخل لإنه يمتلك أعلى قيمة موجبة في صف (Cj-Zj) ويكون العمود الثاني هو العمود المحوري ثم نقوم بقسمة قيم العمود (bi) على قيم العمود المحوري المناظرة لها فنحصل على:**

$$\frac{\frac{75}{2}}{\frac{25}{8}}=12 \quad , \quad \frac{20}{1}=20 \quad , \quad \frac{\frac{75}{2}}{\frac{5}{8}}=60$$

وكما نلاحظفإن أقل حاصل قسمة هو (12) ويقابل المتغير الخامل (S_1) أي أن (S_1) هو المتغير الخارج والصف الأول هو الصف المحوري ثم نقوم بإحتساب الصفوف بنفس القواعد التي تم شرحها سابقاً فنحصل على الجدول المبسط (2-5).

جدول (2-5) الحصول على الحل النهائي (الأمثل)

الحل الاساس	Cj	X_1 50	X_2 40	S_1 0	S_2 0	S_3 0	b_i
X_1	40	0	1	$\frac{8}{25}$	0	$-\frac{3}{25}$	12
S_2	0	0	0	$-\frac{8}{25}$	1	$\frac{3}{25}$	8
X_1	50	1	0	$-\frac{5}{25}$	0	$\frac{5}{25}$	30
	Zj	50	40	$\frac{14}{5}$	0	$\frac{26}{5}$	1980
	Cj-Zj	0	0	$-\frac{14}{5}$	0	$-\frac{26}{5}$	

نقوم بتقييم قيم صف (Cj-Zj) للجدول (2-5) فنجد إن جميع قيم الصف أقل أو تساوي صفر، أي إن الحل في هذا الجدول هو الحل الأمثل. ويتلخص الحل في إنتاج (30) جهاز من النوع الأول و (12) جهاز من النوع الثاني وبقاء مكونات (8) أجهزة من النوع الثاني فائضة في المخزن. وإن قيمة الأرباح (1980). كما نلاحظ بإن قيمة (S_1) و (S_3) تساوي صفر. وهذا يعني إن طاقة قسم التجميع والممثلة بالقيد الأول قد استخدمت بالكامل وإن طاقة التخزين والممثلة بالقيد الثالث قد استغلت بالكامل أيضاً.