

خواص الوسط الحسابي: 1

أ – مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوي صفر أي :

$$\sum (X_i - \bar{X}) = 0$$

للبينات غير المبوبة:

ويمكن برهنه كما يلي :

$$\sum (X_i - \bar{X}) = \sum X_i - n\bar{X}$$

$$= \sum X_i - n \left(\frac{\sum X_i}{n} \right)$$

$$= \sum X_i - \sum X_i = 0$$

ولتوضيح ذلك في البينات غير المبوبة نأخذ المثال التالي :

مثال (4.2) :

$$X_i = 8, 12, 6, 9, 5$$

$$\bar{X} = \frac{40}{5} = 8$$

فلو تم طرح الوسط الحسابي من كل قيمة من القيم الأصلية :

X_i	$X_i - \bar{X}$
8	0
12	4
6	-2
9	1
5	-3
40	0

للبينات المبوبة :

2 – انظر الى :

- د.خاشع الراوي ، مبادئ الإحصاء ، مطابع جامعة الموصل ، ص ص 68 – 74 .
- د. محمود حسن المشهداني وأمين حنا هرmez ، الإحصاء ، بغداد ، ص ص 162 – 166 .
- د. ثائر فيصل شاهر ، الإحصاء في العلوم الإدارية والمالية ، دار الحامد للنشر والتوزيع ، عمان 2010 ، ص ص 84 - 92 .

$$\sum f_i(X_i - \bar{X}) = 0$$

$$\begin{aligned} \sum f_i(X_i - \bar{X}) &= \sum f_i X_i - \bar{X} \sum f_i \\ &= \sum f_i X_i - \left(\frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i} \right) \sum f_i \\ &= \sum f_i X_i - \sum f_i X_i = 0 \end{aligned}$$

مثال (5.2) :

للتحقق من تلك الخاصية في البيانات المبوبة نأخذ البيانات التالية التي وسطها الحسابي 13:

الفئات	التكرارات f_i	مراكز الفئات X_i	$X_i - \bar{X}$	$f_i(X_i - \bar{X})$
03 - 07	8	05	-8	-64
08 - 12	3	10	-3	-9
13 - 17	2	15	2	4
18 - 22	3	20	7	21
23 - 27	4	25	12	48
	20			0

ب - عند إضافة عدد ثابت (k) الى كل قيمة من قيم المشاهدات فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة = الوسط الحسابي للقيم الأصلية + العدد الثابت (k) :

$$Y_i = X_i + k$$

$$\bar{Y} = \bar{X} + k$$

البرهان :

$$Y_i = X_i + k$$

$$\sum Y_i = \sum (X_i + \bar{X})$$

$$\sum Y_i = \sum X_i + nk$$

$$\frac{\sum Y_i}{n} = \frac{\sum X_i}{n} + \frac{nk}{n}$$

$$\bar{Y} = \bar{X} + k$$

مثال (6.2) : باستخدام بيانات المثال (4.2) والتي وسطها الحسابي = 8 وللتحقق من تلك الخاصية نضيف العدد 3 الى كل مفردات العينة وكما يلي :

X_i	$X_i + 3$
8	11
12	15
6	9
9	12
5	8
$\sum X_i = 40$	$\sum X_i = 55$
$\bar{X} = 8$	

$$\bar{X} = \frac{55}{5} = 11$$

والذي يعني الوسط الحسابي القديم + 3 (أي 8 + 3 = 11)

ج - عند طرح عدد ثابت (k) من كل قيمة من قيم المشاهدات فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة = الوسط الحسابي للقيم الأصلية - العدد الثابت (k) :

$$Y_i = X_i - k$$

$$\bar{Y} = \bar{X} - k$$

البرهان :

تطبق نفس الخطوات السابقة مع تغيير الإشارة من موجب الى سالب .

مثال (7.2) :

باستخدام بيانات المثال (4.2) والتي وسطها الحسابي = 8 وبطرح العدد 2 من كل مفردات العينة :

X_i	$X_i - 2$
8	6
12	10
6	4
9	7
5	3
$\sum X_i = 40$ $\bar{X} = 8$	$\sum X_i = 30$

$$\bar{X} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\bar{X} - 2 = 8 - 2 = 6 \quad \text{أي أن}$$

د – إذا ضربت كل قيمة من قيم المشاهدات في قيمة ثابتة (k) فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي = الوسط الحسابي للقيم الأصلية \times العدد الثابت k أي أن :

$$Y_i = kX_i$$

$$\bar{Y} = k \bar{X}$$

البرهان :

$$Y_i = kX_i$$

$$\sum Y_i = k \sum X_i$$

$$\frac{\sum Y_i}{n} = \frac{k \sum X_i}{n}$$

$$\bar{Y} = k \bar{X}$$

مثال (8.2) : باستخدام بيانات المثال (4.2) والتي وسطها الحسابي = 6 وبضرب العينة

بالعدد 4 :

X_i	X_i
8	32
12	48
6	24
9	36
5	20
$\sum X_i = 40$ $\bar{X} = 8$	$\sum X_i = 160$

$$\bar{X} = \frac{160}{5} = 32$$

ويلاحظ أن الوسط الحسابي الجديد = 32 هو عبارة عن 8×4 وهذا ما يحقق تلك الخاصية.

هـ - الوسط الحسابي لمجموع قيم متغيرين = مجموع الوسطين الحسابيين للمتغيرين :

$$Z_i = X_i + Y_i$$

$$\bar{Z} = \bar{X} + \bar{Y}$$

البرهان :

$$Z_i = X_i + Y_i$$

$$\sum Z_i = \sum (X_i + Y_i)$$

$$\sum Z_i = \sum X_i + \sum Y_i$$

$$\frac{\sum Z_i}{n} = \frac{\sum X_i}{n} + \frac{\sum Y_i}{n}$$

$$\bar{Z} = \bar{X} + \bar{Y}$$

مثال (9.2) :

باستخدام نفس العينة في المثال (2.4) والتي وسطها الحسابي = 8 وعينة أخرى كما في الجدول أدناه ووسطها الحسابي = 7 يمكن برهنة أعلاه رقميا كما يلي :

X_i	Y_i	$Z_i = X_i + Y_i$
8	7	15
12	11	23
6	5	11
9	8	17
5	4	9
$\sum X_i = 40$ $\bar{X} = 8$	$\sum Y_i = 35$ $\bar{Y} = 7$	$\sum Z_i = 75$

$$\bar{Z} = \frac{\sum Z_i}{n} = \frac{75}{5} = 15$$