حل نموذج البرمجة الخطية بالطريقة المبسطة (Simplex Method)

القسم الثاني :-

بعد تحويل القيود ودالة الهدف لنموذج البرمجة الخطية من الشكل العام الى الشكل القياسي , تكون الخطوة التالية هي وضع الشكل القياسي بجدول يسمى جدول (Simplex Method) .

والذي يمكن وصف شكله العام بالشكل الاتي :

Ci / B.V	C_1 C_2 …	R.H.S (b)
	X_1 X_2 … S_1 S_2 … R_1 R_2 …	
		b_1
		b_2
		b_m
$Z_j - C_j$	$Z_1 - C_1$ $Z_2 - C_2$ …	Z= Solution

حيث ان :

B.V = تعني المتغيرات الاساسية (Basic Variable) لجدول الطريقة المبسطة

Ci = تمثل معاملات المتغيرات الاساسية في دالة الهدف لجدول الطريقة المبسطة

Zj – Cj = تعني حاصل طرح معاملات المتغيرات كافة في دالة الهدف من حاصل ضرب صف معاملات المتغيرات الاساسية لذلك الجدول في حاصل ضرب اعمدة الجدول.

R.H.S =تعني كمية المصدر المتاح (الطاقة الاستيعابية)
(Right Hand side Solution)

والمثال التالي يوضح فكرة جدول الطريقة المبسطة.

Ex\ Find the optimum solution by using the simplex method?

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 6X_2$$

S.to

$$2X_1 + 3X_2 \leq 30$$

$$5X_1 + 4X_2 \leq 60$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

<u>Solution\</u>

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 6X_2 + 0S_1 + 0S_2$$

S.to

$$2X_1 + 3X_2 + S_1 = 30$$

$$5X_1 + 4X_2 + S_2 = 60$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, \geq 0$$

B.V \ Ci		3	6	0	0	R.H.S(b)
		X_1	X_2	S_1	S_2	
0	S_1	2	3	1	0	30
0	S_2	5	4	0	1	60
$Z_j - C_j$		-3	-6	0	0	Z= 0

يتم حساب قيم الصف الاخير كما يأتي Z_j-C_j

$$Z_1 - C_1 = (00) \begin{pmatrix} 2 \\ \\ 5 \end{pmatrix} - 3 = 0 - 3 = -3$$

$$Z_2 - C_2 = (00)\begin{pmatrix}3\\ \\4\end{pmatrix} - 6 = 0 - 6 = -6$$

$$Z_3 - C_3 = (00)\begin{pmatrix}1\\ \\0\end{pmatrix} - 0 = 0 - 0 = 0$$

$$Z_4 - C_4 = (00)\begin{pmatrix}0\\ \\1\end{pmatrix} - 0 = 0 - 0 = 0$$

اما قيمة (Z) فتحسب كما يأتي :

$$Z = C\,j * b = (00)\begin{pmatrix}30\\ \\60\end{pmatrix} = 0$$

وعند النظر الى الصف الاخير نلاحظ اننا لم نتوصل الى الحل الامثل الذي يحقق اعلى ربح. ولتحقيق الحل الامثل ننتقل الى الجدول الثاني ، ولتكوين الجدول الثاني يجب تحديد المتغير الداخل ويتم تحديد المتغير الداخل على اساس اكبر قيمة وبأشارة سالبة وهنا اكبر قيمة وبأشارة سالبة في صف دالة الهدف (6-) وعمودياً يقابل المتغير (X_2). ولتحديد المتغير الخارج ورياضياً يتم ذلك بالشكل الاتي:

اي تم تقسيم معاملات الطرف الايمن في الجدول على القيم التي تقابلها في عمود المتغير الداخل (X_2).

$$\frac{30}{3} = 10$$

وبذلك يكون المتغير الخارج هو اقل ناتج قسمة وهو الصف الاول

$$\frac{60}{4} = 15$$

Ci / B.V		3	6	0	0	R.H.S(b)
		X_1	X_2	S_1	S_2	
6	X_2	$2/3$	1	$1/3$	0	10
0	S_2	$7/3$	0	$-4/3$	1	20
Z j – C j		1	0	2	0	60

بعد تحديد عمود المتغير الداخل وصف المتغير الخارج يجب تحديد القيمة المحورية لاستخراج قيم الصف الاول بالجدول الثاني . ويتم تحديد القيمة المحورية وهي حاصل تقاطع الصف مع العمود المحوريين والتي هي في الجدول الاول (3).

يتم الحصول على عناصر الصف الاول في الجدول الثاني من قسمه قيم الصف الاول على القيمة المحورية .

عناصر الصف الثاني

$$5-\left(\frac{2}{3}*4\right)=\frac{7}{3}$$
$$4-(1*4)=0$$
$$0-\left(\frac{1}{3}*4\right)=-\frac{4}{3}$$
$$1-(0*4)=1$$
$$60-(10*4)=20$$

اما قيم الصف Zj-Cj للجدول الثاني (صف داله الهدف) تحسب كمايأتي

$$Z1-C1 \Rightarrow (6\quad 0)\begin{pmatrix}2/3\\7/3\end{pmatrix}-3=\frac{12}{3}-3=4-3=1$$

$$Z2-C2 \Rightarrow (6\quad 0)\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-6=6-6=0$$

$$Z3-C3 \Rightarrow (6\quad 0)\begin{pmatrix}1/3\\-4/3\end{pmatrix}-0=2-0=2$$

$$Z4-C4 \Rightarrow (6\quad 0)\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-0=0-0=0$$

$$Z=Cj*b \Rightarrow (6\quad 0)*\begin{pmatrix}10\\20\end{pmatrix}=60$$

الحل الامثل عندما تكون قيم

$X_2=10$, $X_1=0$, $Z=60$

Ex\ Solve by using simplex method?

Max $Z = 3X_1 + 2X_2$

S.to

$3X_1 + 2X_2 \leq 24$

$X_1 + 2X_2 \leq 16$

$X_1, X_2 \geq 0$

<u>Solution\</u>

Max $Z = 3X_1 + 2X_2 + 0S_1 + 0S_1$

S.to

$3X_1 + 2X_2 + S_1 = 24$

$X_1 + 2X_1 + S_2 = 16$

$X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0$

Ci / B.V	5	2	0	0	R.H.S(b)
	X_1	X_2	S_1	S_2	
0 S_1	3	2	1	0	24
0 S_2	1	2	0	1	16
$Z_j - C_j$	-3	-2	0	0	0

يتم حساب قيم الصف الاخير كما يأتي Z_j-C_j

$$Z1 - C1 \Rightarrow (0 \quad 0)\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix} - 3 = -3$$

$$Z2 - C2 \Rightarrow (0 \quad 0)\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix} - 2 = -2$$

$$Z3 - C3 \Rightarrow (0 \quad 0)\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} - 0 = 0$$

$$Z4 - C4 \Rightarrow (0 \quad 0)\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} - 0 = 0$$

$$Z = Cj * b \Rightarrow (0 \quad 0) * \begin{pmatrix}24\\16\end{pmatrix} = 0$$

B.V \ Ci	3	2	0	0	R.H.S(b)
	X_1	X_2	S_1	S_2	
3 X_1	1	$^2/_3$	$^1/_3$	0	8
0 S_2	0	$^4/_3$	$^{-1}/_3$	1	8
Z j – C j	0	0	1	0	Z= 24

وللحصول على عناصر الصف الاول نقسم عناصر الصف على القيمة المحورية وهي (3).

اما عناصر الصف الثاني نحصل عليها كما يأتي

$$1-(1*1)=0$$
$$2-\left(\frac{2}{3}*1\right)=\frac{4}{3}$$
$$0-\left(\frac{1}{3}*1\right)=-\frac{1}{3}$$
$$1-(0*1)=1$$
$$16-(8*1)=8$$

اما قيم الصف Zj-Cj للجدول الثاني (صف داله الهدف) تحسب كمايأتي

$$Z1-C1 \Rightarrow (3 \quad 0)\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-3=0$$
$$Z2-C2 \Rightarrow (3 \quad 0)\begin{pmatrix}^2/_3\\ ^4/_3\end{pmatrix}-2=0$$
$$Z3-C3 \Rightarrow (3 \quad 0)\begin{pmatrix}^1/_3\\ -^1/_3\end{pmatrix}-0=1$$
$$Z4-C4 \Rightarrow (3 \quad 0)\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}-0=0$$
$$Z=Cj*b \Rightarrow (3 \quad 0)*\begin{pmatrix}8\\0\end{pmatrix}=24$$

الحل الامثل عندما تكون قيم

$X_1=8$, $X_2=0$, $Z=24$